

## **A törtek és egységtörtek fogalmának megerősítése az igazságosság fogalmának segítségével**

A kompetencia alapú matematikaoktatás sok módszert és feladatot kínál. Érdekes, hogy a törtek illetve egységtörtek fogalmának megértése különböző mértékben sikeres a 8-9 éves gyermekek között, annak ellenére, hogy a feladatok között megtalálhatóak a legegyszerűbb, sematikus feladattípusok és a komplexebb gondolkodást igénylő, stilizáltabb feladatok is.

Azt vettem észre, hogy olyan gyermekeknek is – kezdetben – gondot okoz a törtek fogalmának megértése, akik más területen egyébként jó teljesítményt nyújtanak.

Úgy látom, hogy a matematikához való viszonyt, a matematikai gondolkodást azért nehezebb egyes gyermekeknek elsajátítani, mert a matematika rendkívül stilizáltan közelít a valósághoz, valamint már a feladatok is – a „régii” és a kompetencia alapú oktatásban egyaránt – kénytelenek legalább egy gondolkodási „lépcsővel” stilizáltabbak lenni, mint a valóság maga, s így egyes (hangsúlyozom: jó felfogású) gyermekek számára ez külön nehézséget jelent.

A jelenleg rendelkezésre álló feladatok szemléletesen leírják / rajzolják / bemutatják az „egész” és a „rész” fogalmát, a feladatok sora kiemelkedő minőségben épül egymásra. Ez azonban sok esetben azt eredményezi, hogy a gyermek képes ugyan arra, hogy logikai képességei segítségével sorra megoldja a feladatokat, de sok esetben csak később derül ki, hogy ezt nem a tört fogalmának „mélyebb” megértésével teszi, hanem úgy, hogy „megtanulja” a feladat elvégzéséhez szükséges mechanikus módszert. (Pl. mely számot mondjuk „előre”, és melyiket „később”: „egy-harmad” vagy „két-negyed”.) Vagyis hiányzik a tört fogalmának mélyebb, ún. „zsigeri” megértése. / Lásd: törtdominó játék tipikus hibái /

Úgy gondolom, hogy célszerű segítségül hívni azokat az „ősi” tulajdonságokat, amelyek már a kisebb gyermekekben is tökéletesen működnek, úgymint: csoporttudat, egyén, osztozkodás, igazságosság.

A jelenlegi módszerekben élesen elkülönül az „egész” és „tört” fogalma. Tudom, a jelenlegi feladatokban mindig ott látjuk egyszerre a két fogalmat, de tapasztalatom szerint a gyermekek egy része nem képes egyszerre stilizált ábrákkal és a törtek fogalmával is megbirkózni. Ez valószínűleg azon okból fakad, hogy a különböző kulturális irányultságú családi hátterek nem egyformán fejlesztették ki a gyermekek stilizált gondolkodásmódját.

### **A megközelítés**

Az alábbi megközelítés talán nem mutat gyökeresen új módszert, de a vázolt metodika használatával talán gyorsabban és alaposabban megadjuk a gyermekeknek a törtek fogalmának megértését.

Kezdetben beszéljünk arról, hogy minden részekből áll a világban, és minden alkotórész kisebb részekre is osztható. Ebben a szakaszban nem fontos, hogy bármi matematikai vonatkozása legyen a beszélgetésnek, sokkal fontosabb a filozófiai megközelítés.

1.: Kérjünk példákat rész-egész viszonyokra, mindegy, hogy mely területről (pl. fa: ág-törzs, stb.)

2.: Kérjünk példákat rész-egész viszonyokra, ahol az alkotórészek között vannak egyforma részek (pl. könyv oldalai - betűk, ház falai – téglák)

**I.** Célszerűnek tartanám, ha a törtek fogalmának kialakítását az „osztály” mint egység, valamint az abból alkotható csoportok vizsgálatával kezdenénk. Fontos, hogy kezdetben ne okozzunk nehézséget, s csak a lehető legegyszerűbb felosztást alkalmazzuk. Érdekesen és hatékonyan lehet „lebegtetni” az *egység* és *rész* fogalmait, miközben a gyermekekből egyforma számú csoportokat alkotunk. Hangsúlyozottan fontos, hogy a kezdeti csoportalkotások során a pedagógusnak nagy szerepe van abban, hogy érzékeltesse: egy időpillanatban is létrejön az egység (egész) és csoport (rész) fogalma. Célszerű, hogy kezdetben ne használjuk szakkifejezéseket, sőt, ha egyes gyermekek már tisztában vannak a tört fogalmával (otthonról hozott tudásuk miatt), akkor is csak mindenki számára érthető, legegyszerűbb szavakat szabad használni.

Miután részletesen megbeszéltük és nyomatékosan rögzítettük, hogy a 3 db 10-es csoport tagjai egyszerre *részek* is - a csoport *egészének* részei -, s egyúttal ők az *egész* is, megmutathatjuk (fontos folyamatosan megtartani a kettős „lebegtetést”), hogy más felosztásban is érvényes az, hogy *egyszerre* rész és egész is az osztály, illetve annak részei.

**II.** Az igazságosság fogalmáról rövid, irányított beszélgetés

- mikor igazságos az elosztás a csoport tagjai között,
- az egyforma részek fogalma (egyforma nagyság, hosszúság, idő)
- mondjunk példákat igazságos és igazságtalan helyzetekre minden területen (kisebb adag ebéd, hosszabb futópálya, rövidebb idő a felmérő megírására, stb.)

Térjünk vissza a felosztott osztályhoz (3x10 fő).

**Feladat:**

- a) Alap feladat: Hány részre kell felosztani  $x$  dolgot, ha
- csak az egyik csoport kap belőle
  - ha két csoport kap belől
  - ha mindenki kap belőle
- b) Hány részre kell felosztani  $x$  dolgot, ha nem  $3 \times 10$ -re osztjuk fel az osztályt, hanem különböző, pl.  $8+10+12$  főre, és
- csak az egyik csoport kap belőle
  - ha két csoport kap belőle
  - ha mindenki kap belőle
- c) Kérdésekkel erősítsük meg a felosztás fogalmát:
- Pl.: „Ha megíértem, hogy *mindenki* kap  $x$  dologból, akkor igazságos vagyok-e, ha 30 egyenlő részre osztom fel?”
  - Ha Peti  $x$  kg súlyú, Anna nevű kistestvére  $x/2$  kg súlyú, akkor igazságos-e, ha Peti 2 gombóc fagyit kap, Anna pedig csak 1 gombócot?
  - Ha az osztály egyik csoportja 8 tagú, és összesen 16 gombóc fagyit kapnak, akkor hány gombóc fagyit jár a 10 tagú csoportnak?

### III. A stilizáltság bevezetése

Rajzoljuk le az osztályt a három csoport megjelenítésével. A tanulók helyett írjunk egyszerű jeleket (pl. kör / pont / bármi).

#### Stilizáltság folytatása

Rajzoljuk le csak az egyik csoportot (8-as csoport) különféle módon. Itt használhatjuk először a „szokásos” körcikk, rúd, több négyzet, stb. megjelenítési módokat. Fontos, hogy folyamatosan hangsúlyozzuk: most ez a 8-as csoport az *egész rész*.

Így értetjük meg, hogy a valóságnak történhet bármi módon az ábrázolása, ennek ellenére minden esetben szorosan kapcsolódik a valóság elemeihez.

Fontos megértetni, hogy 4 tagból is állhat az egész, sőt, 2 tagból is.

Eddig még mindig az *egészről* és az *összes részcrl* együttesen beszéltünk.

Itt érkezik el az ideje annak, hogy „hivatalos” elnevezéseket is használjunk:

Negyed, kettő (**nem** „fél”!).

*Célszerű eleinte a 2-es számhoz kapcsolódó osztások használata (fél, negyed, nyolcad), mert a párosító jellegű gondolkodás természetből fakadóan sokkal kézenfekvőbb (lásd: a gyermekdalok is zeneileg alapvetően páros jellegűek: zsupp-zsupp, ec-pec-kimehetsz, stb.). A kevésbé természetes mértékek – harmad, ötöd, stb. – használata csak akkor célszerű, amikor a páros mértékekkel már zökkenőmentesen működik a gondolkodás.*

**Stilizáltság kiterjesztése**, szimbolikus ábrázolás több dologra érvényesítve:

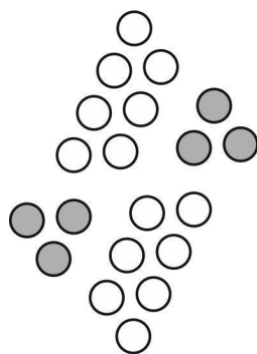
- 8 tagú csoport 8 részből álló körcikkelyként történő ábrázolása, valamint
- 8 részre osztott (teljesen más) dolog szintén 8 körcikkelyben történő ábrázolása
- A két – látszólag egyforma dolog – lényegének megértése, gondolati függetlenítés az azonos ábrázolás ellenére. A stilizált részekre osztás lényegének megértése.

A fenti gondolatmenet nem tartalmaz új, eddig nem használt elemeket. Innovatív megközelítése kizárólag abban áll, hogy módszerként használja az alapszintű, tanulást nem igénylő szociális képességeket (igazságosság, osztozkodás, párosító gondolkodásmód), valamint az eddig használt feladatokat olyan sorrendben alkalmazza, hogy a gyermek számára így magától értetődő a tört és egész viszonya. Az eddigi módszerek már a kezdetekkor igénylik (pl. bennfoglalás) a stilizált megközelítést, s bár ez a „felnőtt” gondolkodásnak annyira egyértelmű, hogy fel sem merül a nehézség, a gyermek számára - a tapasztalatok szerint - sok buktatót rejt. Fent leírt módszer használatával a törtek „mélyebb” megértésének elsajátítása után az elnevezések hozzárendelése már nem okoz problémát.

A fenti módszer segítségével történő „alapozás” után nagy valószínűséggel a gyerekeknek nem okoznak különösebb problémát a tankönyvekben, modulokban található átlagos feladatok.

Azok számára, akik szemmel láthatóan sokkal könnyebben oldják meg az átlagos problémákat, azok számára készítettem az alábbi néhány feladatot:

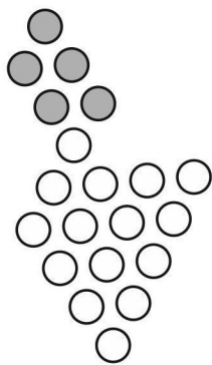
## 1. feladat



Színezd be

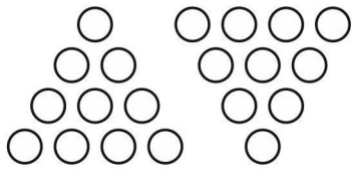
pirossal a feladatban látható összes kör **1 negyedét**,

kékkel a **2 ötödét**!



Színezd be

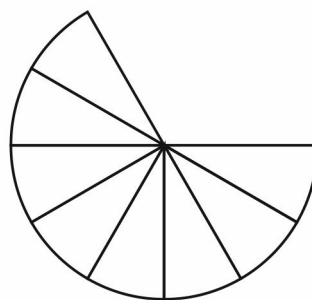
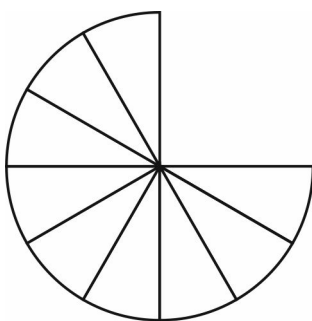
pirossal a feladatban látható összes kör **3 negyedének az 1 harmadát!**



Színezd be

pirossal a feladatban látható összes kör **2 ötödét!**

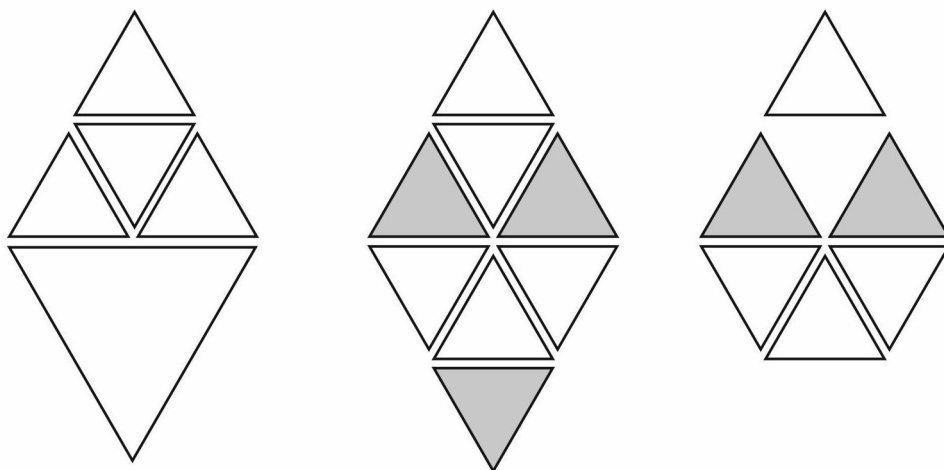
**2. feladat**



Színezd be késsel az első ábra területének 1 harmadát!

Színezd be késsel a második ábra területének 1 negyedét!





Színezd be pirossal

az első ábra területének 1 negyedét

a második ábra területének 3 negyedét

a harmadik ábra területének 2 harmadát!





## A feladatok nehézségeiről

A feladatok kiosztásakor hangsúlyozni kell, hogy pontosan a leírt szöveg szerint kell a feladatot elvégezni. Koncentrációt igényel a tanulótól, hogy el tudjon vonatkoztatni a csoportalkotás jellegétől és a színektől.

### 1. feladat

Az 1. feladatcsoportban mindenképpen nehézséget okoz, hogy nem a megszokott egységekkel találkozik a tanuló. Zavaró körülmény az is, hogy a körök közül néhány eleve nem fehér.

### 2. feladat

A 2. feladat első részének lényege, hogy a tanuló megszokott formákat lát, de a beszínezendő részek minden esetben „ellentmondanak” a tanultaknak. Koncentrációt igényel, hogy a megszokott 3/4-es, illetve – látszólag – 2/3-os ábrát kell átértelmezni és egésznek tekinteni. A második feladatrészben zavaró tényezőkként már előre színezett területek találhatók, melyek optikailag éppen ellentétesek a kiszámolandó és színezendő területnagyságokkal.

### 3. feladat

A feladat legnagyobb nehézsége, hogy el kell képzelni a golyópakolás folyamatát, s rá kell jönni, hogy az „utánpótlás” mindig legurul, ha elveszünk egy golyót alulról. Rá kell jönni arra is, hogy az adott nézőpontból a golyók útja takarásban van, s csak akkor jöhet rá a néző (vagyis Ödönke) a golyók összes számára, amikor kezdenek azok elfogyni a lejtőn. Így előbb-utóbb a sorban már csak négy golyó lesz látható, s a megoldást ekkor lehet kiszámolni: Ha négy golyó az összes golyó 2 ötöde, akkor az összes golyó csak 10 db lehet.